

Präsenzübungsblatt 9

Übungstermine: 16.Januar 2012 - 20.Januar 2012

Aufgabe 1

Sei Σ eine Menge von N Zeichen. Eine Zeichenkette ist eine Aneinanderreihung dieser Zeichen.

- Wie viele Möglichkeiten gibt es, Zeichenketten der Länge k , $k \in \mathbb{N}$, zu bilden ?
- Wie viele Möglichkeiten gibt es, Zeichenketten der Länge k , $k \leq N$, zu bilden, so dass kein Zeichen mehrfach vorkommt ?
- Zwei Zeichenketten der Länge k seien äquivalent, falls die Häufigkeiten der in ihr vorkommenden verschiedenen Zeichen übereinstimmen. Wie viele Äquivalenzklassen gibt es ?
- Wie viele Äquivalenzklassen gibt es, wenn man nur Zeichenketten der Länge k betrachtet, in denen kein Zeichen mehrfach vorkommt ?

Geben Sie für a) bis d) das zugrundeliegende Urnenmodell (mit/ohne Zurücklegen, mit/ohne Beachtung der Reihenfolge) an.

Aufgabe 2

Ein sechsseitiger Würfel wird k mal geworfen.

- Wie viele unterschiedliche Sequenzen von Würfeln gibt es, in denen die ersten l Zahlen, $l \leq k$, Sechsen sind, und die übrigen $k - l$ Zahlen ungleich sechs sind ?
- Wie viele unterschiedliche Sequenzen von Würfeln gibt es, in denen die Zahl sechs genau l mal, $l \leq k$, vorkommt ?
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, bei drei Würfeln genau zweimal die Zahl 6 zu erhalten, wenn alle Zahlen gleichwahrscheinlich sind und die Würfe unabhängig sind.

Aufgabe 3

Sei X eine Poisson-verteilte Zufallsvariable mit Parameter $\lambda > 0$, d.h.

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} \exp(-\lambda), \quad k \in \mathbb{N}_0.$$

Bestimmen Sie die wahrscheinlichkeitserzeugende Funktion $G(s) = \mathbf{E}[s^X]$, und benutzen Sie G , um zu zeigen, dass $\mathbf{E}[X] = V(X) = \lambda$.

Hinweis: $\left. \frac{d^k G}{ds^k} \right|_{s=1} = \mathbf{E}[X(X-1) \dots (X-k+1)]$.