Mathematik für Informatiker III

Universität des Saarlandes | Prof. Dr. Matthias Hein | Übungen: Martin Slawski

Wintersemester 2011/12

Präsenzübungsblatt 4

Übungstermine: 21.-25. November 2011

Aufgabe 1

Betrachten Sie die Funktion

$$f(x, y) = \sin^2(x)\cos(y), \quad 0 \leq x, y \leq 2\pi.$$

1. Bestimmen Sie die stationären Punkte $\{(x, y): \nabla f(x, y) = (0, 0)^\top\}$ von f.
2. Untersuchen Sie, welche der stationären Punkte eine hinreichende Bedingung für ein lokales Optimum erfüllen.
3. Geben Sie jeweils einen Punkt an, an dem die Funktion f ihr globales Minimum bzw. globales Maximum annimmt.
4. Eines der einfachsten iterativen Verfahren für die Optimierung von Funktionen heisst *Gradientenabstieg*. Man betrachte die folgende Variante, in der ausgehend von den momentanen Iterationswerten (x^k, y^k) neue Werte (x^{k+1}, y^{k+1}) wie folgt bestimmt werden.

   $$(x^{k+1}, y^{k+1}) \leftarrow (x^k, y^k) - \alpha^k(d_x^k, d_y^k), \quad \alpha^k = \underset{\alpha \geq 0}{\operatorname{argmin}}\, f(x^k - \alpha d_x^k, y^k - \alpha d_y^k),$$
   $$d_x^k = \frac{\partial}{\partial x} f(x^k, y^k), \quad d_y^k = \frac{\partial}{\partial y} f(x^k, y^k).$$

   Gegeben seien die Startwerte $x^0 = y^0 = \pi/2$. Zeigen Sie, dass das Verfahren nach einem Schritt stoppt. Ist das Resultat ein lokales Minimum ?