Mathematik für Informatiker III

Universität des Saarlandes — Prof. Dr. Matthias Hein — Übungen: Martin Slawski

Wintersemester 2011/12

Präsenzübungsblatt 1

Übungstermine: 24.-28. Oktober 2011

Aufgabe 1

Sei $f : [0, L] \to \mathbb{R}^n$ eine zweimal stetig differenzierbare Kurve, die nach der Bogenlänge parameterisiert ist. Ferner seien $t(s) = f'(s)$ der Tangentialvektor, $\kappa(s) = \|t'(s)\|,\ \kappa(s) \neq 0$, die Krümmung der Kurve und $n(s) = \frac{t'(s)}{\kappa(s)}$ der Normalenvektor im Punkt $f(s)$.

i) Zeigen Sie, dass $t(s)$ und $n(s)$ orthogonal zueinander sind, d.h. dass $\langle t(s), n(s)\rangle = 0$.

ii) Verifizieren Sie i) für die Kurve $f(s) = (r\cos(s/r), r\sin(s/r))$

Hinweis zu i): Berechnen Sie die Ableitung $\frac{d}{ds}\|t(s)\|_2^2 = \frac{d}{ds}\langle t(s), t(s)\rangle$ mittels der Produktregel.

Aufgabe 2

Gegeben sei die Funktion

$$\begin{array}{cccl} f: & \mathbb{R}^n & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & \|x\| := \sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2} \end{array}.$$

i) Zeigen Sie durch Betrachtung eines Differenzenquotienten, dass die partiellen Ableitungen $\frac{\partial f}{\partial x_i}$, $i = 1, \dots, n$, im Punkt $x = \mathbf{0} = (0, \dots, 0)^\top$ nicht existieren.

ii) Zeigen Sie, dass f auf $\mathbb{R}^n \setminus \{\mathbf{0}\}$ stetig partiell differenzierbar ist und geben Sie einen Ausdruck für den Gradienten ∇f an.