

## Präsenzübungsblatt 5

Übungstermine: 23. - 27. Mai 2011

### Aufgabe 1

Welche der folgenden Abbildungen  $f : X \rightarrow Y$  zwischen den  $K$ -Vektorräumen  $X$  und  $Y$  sind linear, welche nicht? Begründen Sie Ihre Antwort.

- a)  $K = \mathbb{R}, X = Y = \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 2x + 1$ ;
- b)  $K = \mathbb{R}, X = \mathbb{R}^3, Y = \mathbb{R}^4, f(x_1, x_2, x_3) = (5x_1 + x_3, 0, 2x_2 - x_3, 0)$ ;
- c)  $K = \mathbb{R}, X = \mathbb{R}^3, Y = \mathbb{R}^2, f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2, x_2 - 2)$ ;
- d)  $K = \mathbb{Z}_2, X = Y = K^2, f(x_1, x_2) = (x_1^2 + x_2^2, x_2 - x_1)$ .

### Aufgabe 2

Gegeben seien die linearen Abbildungen

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3 : x \mapsto Ax, \text{ mit } A := \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \\ 4 & -1 \end{pmatrix},$$
$$g : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^2 : \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 2(x_4 - x_1) + 3x_3 - x_2 \\ 5x_3 - (x_2 + x_3) - 4x_4 \end{pmatrix}$$

- a) Wie lautet die Vektordarstellung von  $f(x)$  für  $x \in \mathbb{R}^2$ ?
- b) Geben Sie die Matrix  $B \in \mathbb{R}^{2 \times 4}$  an mit  $g(x) = Bx$  für  $x \in \mathbb{R}^4$ .
- c) Berechnen Sie  $A \cdot B$ .
- d) Geben Sie die Matrix  $C \in \mathbb{R}^{3 \times 4}$  an mit  $(f \circ g)(x) = Cx$  für  $x \in \mathbb{R}^4$ .