Mathematik für Informatiker II

Universität des Saarlandes — Matthias Hein
Sommersemester 2011 — Christoph Eisinger

Hausübungsblatt 1

Abgabe: Freitag, 22. April 2011, **vor** der Vorlesung

Aufgabe 1 (6+3 Punkte)

(a) Zeigen Sie durch vollständige Induktion, dass $2^{2n} - 1$ für alle $n \in \mathbb{N}_0$ durch 3 teilbar ist.

(b) Zeigen Sie durch einen direkten Beweis, dass $n^n \geq n!$ für alle $n \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 2 (8+8 Punkte)

Zeigen Sie, dass die folgenden Mengen G zusammen mit der jeweilen Verknüpfung $\circ$ Gruppen sind:

(a) $G = (0, 1]$ mit $x \circ y := \begin{cases} x + y, & x + y \leq 1 \\ x + y - 1, & x + y > 1, \end{cases}$

(b) $G = \{x + y\sqrt{2} \mid x, y \in \mathbb{Q}\} \setminus \{0\}$ mit $x \circ y := xy$.

Aufgabe 3 (4+4 Punkte)

Zeigen Sie:

(a) $(\mathbb{Z}, +)$ und $(\mathbb{Q}, +)$ sind Untergruppen von $(\mathbb{R}, +)$.

(b) Ist $(G, \bullet)$ eine Gruppe mit dem neutralen Element e, so sind $(\{e\}, \bullet)$ und $(G, \bullet)$ selbst Untergruppen von $(G, \bullet)$.